

Roll No.

Y – 449 / Y– 450 / Y– 451 / Y– 452 / Y– 453 / Y– 454 / Y– 455 (S)
B.Sc. (Third Year) EXAMINATION, (Suppl./Second Chance) Sept.-2021

MATHEMATICS

Paper – I, II, III

**LINEAR ALGEBRA AND NUMERICAL ANALYSIS/REAL AND
COMPLEX ANALYSIS/A-STATISTICS METHODS/B-DISCRETE
MATHEMATICS/C-MECHANICS/D-MATHEMATICS MODELLING/
E-FINANCIAL MATHEMATICS**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 + 40 + 40 = 120 (For Regular Students) Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50 + 50 + 50 = 150 (For Private Students) Minimum Pass Marks : 33%

नोट- खण्ड अ तथा ब अनिवार्य है। शेष खण्डों में से किसी एक खण्ड को हल कीजिये।

Section A and B are compulsory. Attempt any *one* Section from remaining Sections.

खण्ड (अ) (Linear Algebra and Numerical Analysis)

1. दर्शाइये कि सदिश $(2, 3, 1)$, $(-1, 4, -2)$ एवं $(1, 18, -4)$ का समुच्चय $V_3(\mathbb{R})$ में रैखिकतः परतन्त्र है। 13/16

Show that the set $(2, 3, 1)$, $(-1, 4, -2)$ and $(1, 18, -4)$ is linearly dependent in $V_3(\mathbb{R})$.

2. यदि $U(F)$, $V(F)$ क्षेत्र F पर सदिश समष्टि है तथा $f : U \rightarrow V$ समाकारिता प्रतिचित्रण है तो समाकारिता की अष्टि $U(F)$ का उपसमष्टि होता है। 13/17

Let $U(F)$ and $V(F)$ be vector space over the field F and $f : U \rightarrow V$ is a homomorphism then kernel of homomorphism is a subspace of $U(F)$.

3. यदि आन्तरगुणन समष्टि $V(F)$ में α और β दो सदिश हो तों सिद्ध कीजिये कि— 14/17

$$||\alpha + \beta||^2 + ||\alpha - \beta||^2 = 2||\alpha||^2 + 2||\beta||^2$$

If α and β are vectors in an inner product space $V(F)$, then prove that—

$$||\alpha + \beta||^2 + ||\alpha - \beta||^2 = 2||\alpha||^2 + 2||\beta||^2$$

खण्ड (ब) (Real and Complex Analysis)

4. निम्न समाकल के अभिसरण की जाँच कीजिये— 13/16

$$\int_0^2 \frac{\log x}{\sqrt{2-x}} dx.$$

P.T.O.

Test the convergence of—

$$\int_0^2 \frac{\log x}{\sqrt{2-x}} dx.$$

5. दूरीक समष्टि में सिद्ध कीजिये कि परिमित संख्या में विवृत समुच्चयों का सर्वनिष्ठ विवृत होता है।
13/17

Prove that the intersection of a finite number of open sets is open in a metric space.

6. माना (X, d) एवं (Y, d^*) दो दूरीक समष्टियाँ हैं। माना $f: X \rightarrow Y$ एक समान सतत् फलन है। यदि $\{x_n\}$ दूरीक समष्टि X में काशी अनुक्रम है तो सिद्ध कीजिये कि $\{f(x_n)\}$ दूरीक समष्टि Y में काशी अनुक्रम है।
14/17

Let (X, d) and (Y, d^*) be two metric spaces. Let $f: X \rightarrow Y$ be uniformly continuous function if $\{x_n\}$ is Cauchy sequence in X then prove that $\{f(x_n)\}$ is a Cauchy sequence in Y .

खण्ड (स) (A-Statistics Methods)

7. (a) $a, ar, ar^2, \dots, ar^{n-1}$ का समांतर (A), गुणोत्तर माध्य (G) एवं हरात्मक माध्य (H) ज्ञात कीजिये तथा सिद्ध कीजिये कि—
6½/8

$$AH = G^2$$

Find Arithmetic mean (A), Geometric mean (G) and Harmonic mean (H) for the series $a, ar, ar^2, \dots, ar^{n-1}$ and prove that

$$AH = G^2$$

- (b) प्रथम n प्राकृत संख्याओं के लिये माध्य, प्रसरण और मानक विचलन ज्ञात कीजिये। 6½/8
Find mean, variance and standard deviation of first n natural numbers.
8. (a) 121 रूपये के इनाम के लिये A और B एक पासा उछालते हैं। जो पहले 5 फेंक लेता है वही जीतता है। यदि A फेंकना आरम्भ करे, तो उनकी प्रत्याशाएँ क्या हैं? 6½/8½

A and B throw one dice for a prize of Rs. 121 which is to be won by a player who first throws '5'. If A has the first throw, what are the chances of their winning and what are their respective expectations.

- (b) एक सन्दूक में a सफेद और b काली गेंदें हैं। c गेंदें खींची जाती हैं। दिखाइये कि खींची गयी सफेद गेंदों की प्रत्याशा $\frac{ca}{(a+b)}$ है। 6½/8½

A box contains a white and b black balls; c balls are drawn. Show that the

expectation of the number of white balls drawn is $\frac{ca}{(a+b)}$

9. (a) एक द्विपद बंटन का माध्य और प्रसरण क्रमशः 4 और $\frac{4}{3}$ है। ज्ञात कीजिये कि (i) 2 सफलताओं की प्रायिकता (ii) दो से अधिक सफलताओं की प्रायिकता (iii) 3 या 3 से अधिक सफलताओं की प्रायिकता। 7/8½

The mean and variance of a binomial distribution are 4 and $\frac{4}{3}$ respectively. Find (i) The probability of 2 successes (ii) The probability of more than two successes (iii) The probability of 3 or more than three successes.

- (b) प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि 200 के बक्स में अधिक से अधिक 5 दोषपूर्ण फ्यूज प्राप्त होंगे जबकि अनुभव बताता है कि ऐसे फ्यूज 2% दोषपूर्ण हैं। 7/8½

Find the probability that at most 5 defective fuses will be found in a box of 200 fuses if experience shows that 2 per cent of such fuses are defective.

खण्ड (द) (B-Discrete Mathematics)

10. निम्न फलन के लिये एक सेतु परिपथ बनाइये— 13/16

$$f = xzw' + y'uv + (xz + y')(zrw' + uv)$$

Draw a bridge circuit for the following function—

$$f = xzw' + y'uv + (xz + y')(zrw' + uv)$$

11. माना N धन पूर्णाकों का समुच्चय है। सिद्ध कीजिये कि N पर सम्बन्ध ' \leq ' जहाँ ' \leq ' का प्रचलित अर्थ है। एक अंशतः क्रम सम्बन्ध है। 13/17

Let N be the set of positive integers. Prove that the relation ' \leq ' Where ' \leq ' has its usual meaning, is a partial order relation.

12. माना A किसी ग्राफ $G = (V, E)$, $|V| = n$ सहित का आसन्न आव्यूह है तब सिद्ध कीजिये कि $(A^k)_{ij}$ शीर्ष v_i से शीर्ष v_j तक के k लम्बाई के पथों की संख्या होती है। 14/17

Let A be the adjacency matrix of a graph $G = (V, E)$ with $|V| = n$ then prove that $(A^k)_{ij}$ is the number of paths of length k from v_i to v_j .

खण्ड (य) (C-Mechanics)

13. कैटनरी का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिये। 13/16

Find the Cartesian equation of catenary.

14. किसी दिये गये बल निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिये। 13/17

To find the equation of the central axis of any given system of forces.

15. एक समतल में गतिमान एक कण का त्रिज्य एवं अनुप्रस्थ वेग एवं त्वरण ज्ञात कीजिये। 14/17

To find the radial and transverse velocities and accelerations of a particle moving in a plane curve.

खण्ड (र) (D-Mathematics Modelling)

16. मॉडल $\frac{dN}{dt} = f(N)$ के साम्य बिन्दु की रैखिक स्थिरता का विश्लेषण कीजिये जहाँ $f(N)$, N का अरैखिक फलन है। 13/16
Conduct linear stability analysis of equilibrium point of model

$$\frac{dN}{dt} = f(N)$$

Where $f(N)$ is non-linear function of N .

17. एक कण एक समतल में एक त्वरण जो समतल में सदैव एक निश्चित बिन्दु की ओर दिष्ट है, के अन्तर्गत गति करता है, तब पथ का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिये। 13/17
A particle moves in a plane with an acceleration which is always directed to a fixed point in the plane, then find differential equation of path.
18. विविक्त वृद्धि मॉडल तथा सतत् वृद्धि मॉडल को परिभाषित कीजिये तथा विविक्त वृद्धि मॉडल और सतत् वृद्धि मॉडल में अन्तर समझाइये। 14/17
Explain discrete growth model and continuous growth model and explain difference between discrete growth model and continuous growth model.

खण्ड (ल) (E-Financial Mathematics)

19. वित्तीय प्रबन्धन में जोखिम को परिभाषित कीजिये। 13/16
Define Risk in financial management.
20. वार्षिकी एवं उसके प्रकारों का वर्णन कीजिये। 13/17
Explain annuities and its kinds.
21. इन्वेस्टमेंट की वापसी की दर निकालो यदि 100 रुपये के प्रारम्भिक भुगतान के लिये प्रत्येक प्रथम दो काल के अन्त में 60 रुपये की वापसी होती है। 14/17
Find the rate of return from an investment that for an initial payment of 100 Rs., yield return of 60 Rs. at the end of each of first two periods.